

Cây tìm kiếm tự động cân bằng

ĐỒ DÌNH KHUÊ

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN, ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ
NỘI

Ngày 26 tháng 6 năm 2018

Mục lục

Presentation

DỠ DÌNH KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

1 Cây đỏ đen

2 Cây 2 – 3

3 Cây AA

4 Cây AVL

5 Trích dẫn

1 Cây đỏ đen

2 Cây 2 – 3

3 Cây AA

4 Cây AVL

5 Trích dẫn

Cây đỏ đen

Presentation

DỠ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

Định nghĩa

Cây đỏ đen là một cây nhị phân thỏa mãn:

- 1 Mỗi nốt trên cây chỉ có màu **đỏ** hoặc **đen**.
- 2 Nốt gốc có màu **đen**.
- 3 Mọi lá đều có màu **đen**.
- 4 Một nốt có màu **đỏ** thì cả hai con của nó có màu **đen**.
- 5 Mọi đường đi từ nốt gốc đến lá đều chứa cùng số lượng các nốt màu **đen**.

Bổ đề

Một cây đỏ đen có n nốt trong có chiều cao không vượt quá $2 \log(2n + 1)$.

Ví dụ về cây đỏ đen

Presentation

DỖ DÌNH
KHUÊ

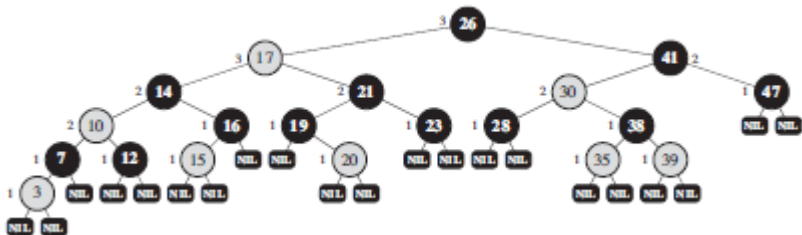
Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn



Phép xoay cây

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

Cây đồ đen

Cây 2 - 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

LEFT-ROTATE(T, x)

$y = x.right$

$x.right = y.left$

if $y.left \neq T.nil$ **then**

$y.left.parent = x$

$y.parent = x.parent$

if $x.parent == T.nil$ **then**

$T.root = y$

else if $x == x.parent.left$ **then**

$x.parent.left = y$

else $x.parent.right = y$

$y.left = x$ $x.parent = y$.

Phép xoay cây

Presentation

DỔ DÌNH
KHUẾ

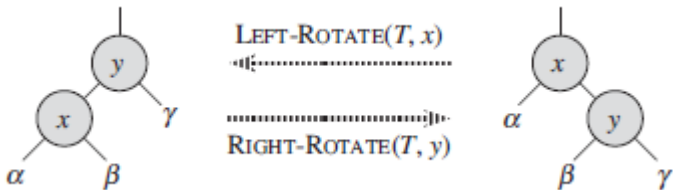
Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn



Thủ tục thêm vào cây

Presentation

ĐỒ DÌNH
KHUẾ

Cây đồ đen

Cây 2 - 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

RB-INSERT(T, z)

$y = T.nil$

$x = T.root$

while $x \neq nil$ **do**

$y = x$

if $z.key < x.key$ **then** $x = x.left$

else $x = x.right$

$z.parent = y$

if $y == nil$ **then** $T.root = z$

else if $z.key < y.key$ **then** $y.left = z$

else $y.right = z$

$z.left = z.right = T.nil, z.color = red$

RB-INSERT-FIXUP(T, z).

Tô lại màu cho cây

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

RB-INSERT-FIXUP(T, z)

```
while  $z.parent.color == red$  do
    if  $z.parent == z.parent.parent.left$  do
         $y = z.parent.parent.right$ 
        if  $y.color == red$  then
             $z.parent.color = y.color = black$ 
             $z.parent.parent.color = red$ 
             $z = z.parent.parent$ 
        else if  $z == z.parent.right$  then
             $z = z.parent$ 
             $LEFT - ROTATE(T, z)$ 
             $z.parent.color = black$ 
             $z.parent.parent.color = red$ 
            else doing  $RIGHT-ROTATE(T, z)$ 
 $T.root.color = black.$ 
```

Ví dụ thêm phần tử vào cây

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

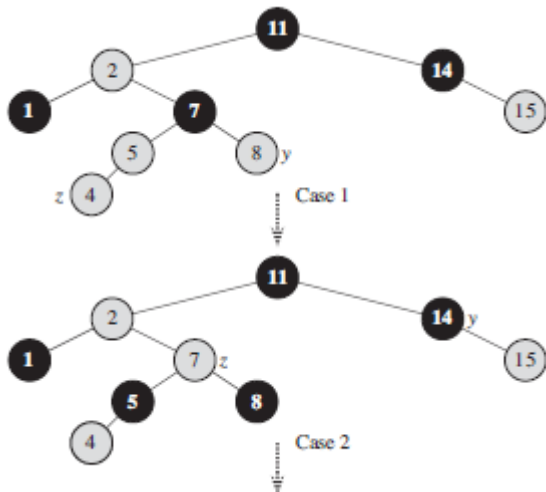
Cây đồ đen

Cây 2 - 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn



Ví dụ thêm phần tử vào cây

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

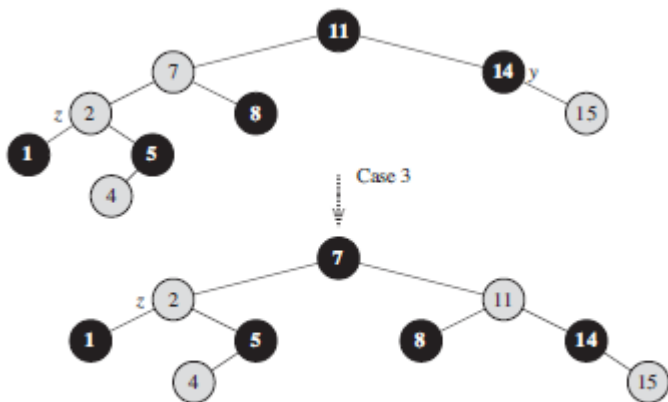
Cây đồ đen

Cây 2 - 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn



Xóa một phần tử trên cây

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

- 1 Cây đỏ đen
- 2 **Cây 2 – 3**
- 3 Cây AA
- 4 Cây AVL
- 5 Trích dẫn

Cây 2 – 3

Presentation

DỠ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

Định nghĩa

Cây 2 – 3 là một cây thỏa mãn tính chất:

- 1 Mỗi nốt trên cây chứa **một** hoặc **hai** giá trị.
- 2 Mỗi nốt chứa một giá trị thì hoặc là nốt lá hoặc có đúng hai con.
- 3 Mỗi nốt chứa hai giá trị thì hoặc là nốt lá hoặc có đúng ba nốt con.
- 4 Mọi nốt lá đều có số mức bằng nhau.

Bổ đề

Chiều cao của một cây 2 – 3 chứa n phần tử là $O(\log n)$.

Ví dụ về cây 2 – 3

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

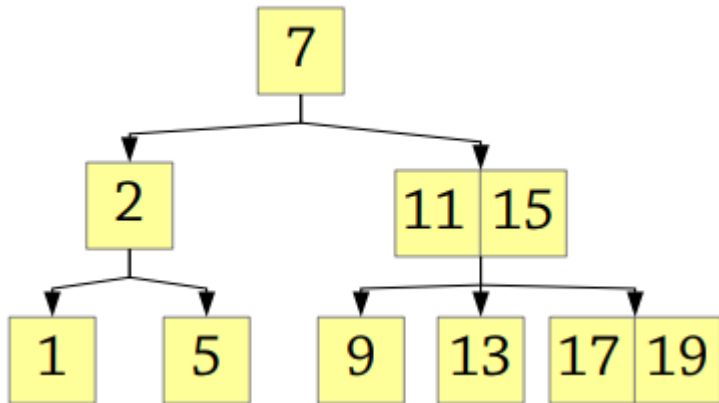
Cây đồ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn



Thủ tục thêm vào cây

Presentation

DỔ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

- **Nếu** cây T rỗng **thì** thay cây T bằng một nốt z .
- **Nếu** cây T có một nốt **thì** ta thêm nốt z như cách thêm của một cây nhị phân.
- **Nếu** cây T có nhiều hơn một nốt, ta gọi thủ tục $INSERT(T, z)$.

Thủ tục INSERT(T, z)

Presentation

DỠ DÌNH
KHUẾ

Cây đồ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

Tìm nốt n sẽ nhận z làm con khi thêm z vào cây. Ta phân ra làm hai trường hợp:

- Nếu n không có con nào:
 - 1 Nếu n là nốt một giá trị, thay nốt n thành nốt hai giá trị gồm giá trị của n ban đầu và z .
 - 2 Nếu n là một nốt hai giá trị, xây dựng cây nhị phân từ các giá trị của n và z .
- Nếu n có hai con. Gán cho z là con của n và hợp nhất n với nốt ở giữa.
- Nếu n có ba con. Gán cho z là con của n và n và các con ra thành hai cây nhị phân.

Cây B

Presentation

DỠ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

Định nghĩa

Cây B là một cây thỏa mãn tính chất

- ① Mọi nốt lá đều có số mức bằng nhau.
- ② Một cây B được định nghĩa dựa vào **bậc nhỏ nhất** t .
- ③ Mọi nốt trừ nốt gốc chứa ít nhất $t - 1$ giá trị.
- ④ Mọi nốt chứa nhiều nhất $2t - 1$ giá trị.
- ⑤ Số con của một nốt bằng số giá trị chứa trong nốt đó cộng một.
- ⑥ Mọi giá trị của một nốt được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Bổ đề

Một cây B chứa n phần tử có chiều cao $O(\log n)$.

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

1 Cây đỏ đen

2 Cây 2 – 3

3 Cây AA

4 Cây AVL

5 Trích dẫn

Cây AA

Presentation

DỠ DÌNH KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

Định nghĩa

Cây AA là một cây đỏ đen sao cho các con trái không được phép có màu đỏ.

Bổ đề

Một cây AA chứa n phần tử có chiều cao $O(\log n)$.

Ví dụ về cây AA

Presentation

DỔ DÌNH
KHUẾ

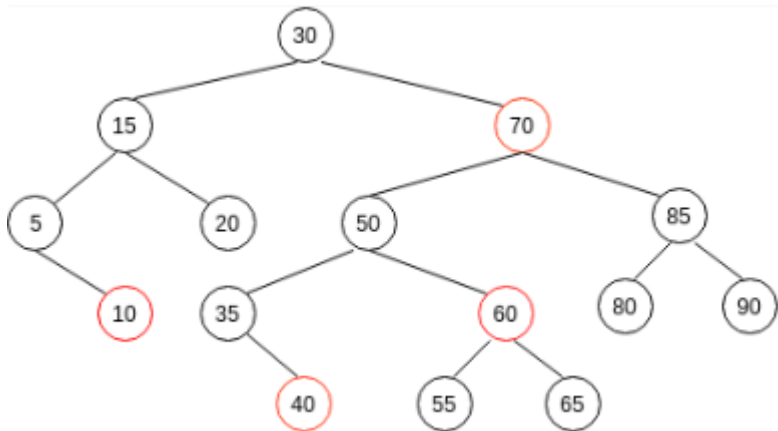
Cây đồ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn



Ví dụ về cây AA

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

Cây đồ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn



Thủ tục thêm vào cây - phép tách

Presentation

DỔ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

Phép tách được sử dụng để **loại bỏ hai nốt đỏ liên tiếp**.

Split(x)

```
if  $x.color == red$  and  $x.parent.color == red$  then  
     $x.color = black$ .  
    LEFT-ROTATE( $T, z.parent.parent$ )
```

Thủ tục thêm vào cây - phép chuyển hướng

Presentation

DỔ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

Phép chuyển hướng được sử dụng để **loại bỏ nốt con trái màu đỏ**.

Skew(x)

if $x.color == red$ and $x.parent.color == red$ **then**
RIGHT-ROTATE($T, x.parent$)

Xóa một phần tử trên cây

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

- 1 Nếu nốt cần xóa là một nốt đỏ và không có con, xóa nốt đó.
- 2 Nếu nốt cần xóa có chính xác một con, nốt đó phải có màu đen, và con phải của nó phải có màu đỏ. Thay nốt đó bằng con của nó và tô màu lại nốt vừa thu được thành màu đen.
- 3 Trường hợp còn lại, ta sử dụng các hàm Skew và Split để thu được cây AA.

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

- 1 Cây đỏ đen
- 2 Cây 2 – 3
- 3 Cây AA
- 4 Cây AVL**
- 5 Trích dẫn

Cây AVL

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

Định nghĩa

Cây AVL là một cây nhị phân sao cho với mọi nốt x bất kì, độ cao của phần bên trái và phần bên phải chênh lệch nhau không quá 1. Điều kiện trên gọi là **điều kiện cân bằng chiều cao**.

Bổ đề

Cây AVL có chiều cao $O(\log(n))$.

Presentation

DỒ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

1 Cây đỏ đen

2 Cây 2 – 3

3 Cây AA

4 Cây AVL

5 Trích dẫn

Trích dẫn

Presentation

DỔ DÌNH
KHUÊ

Cây đồ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn



Andersson A. , *Balanced search trees made simple.* , 1993.



Cormen , *Introduction to algorithm.* , 2009.



Robert Sedgewick , *Algorithms, 4th Edition.* , 2017.

Presentation

DỖ DÌNH
KHUẾ

Cây đỏ đen

Cây 2 – 3

Cây AA

Cây AVL

Trích dẫn

Xin chân thành cảm ơn.